

*Rathgeber, Andreas*

„Optionsbewertung unter Lévy-Prozessen. Eine Analyse für den deutschen Aktienindex“

Zahlreiche empirische Untersuchungen haben gezeigt, dass Verteilungen von Aktienkursrenditen nur unzureichend durch die Normalverteilung abgebildet werden können. Zur Approximation der Verteilung erwiesen sich in der Literatur und erweisen sich meist die nichtnormalen stabilen Verteilungen als besser geeignet.

Diese Verteilungsklasse hat aber den Nachteil, dass die für die klassische Optionswertberechnung nötigen Exponentialmomente nur selten endlich sind. Erweitert man den Verteilungstyp und betrachtet ein Aggregat mehrerer voneinander unabhängiger Zufallsvariablen samt Verteilungsfunktionen, erzeugt man einen stochastischen Prozess, den Lévy-Prozess, für den einige Vertreter gefunden werden können, die endliche Exponentialmomente besitzen.

Auf Basis dieser die empirischen Daten besser abbildenden Prozesstypen kann dann eine Optionsbewertung vorgenommen werden. Allerdings kann diese Optionsbewertung nur teilweise analog zur klassischen Vorgehensweise bei Black/Scholes und Merton erfolgen. Die Bewertung findet zwar auf Basis der Arbitragefreiheitsannahmen statt. Allerdings ist der Markt meist nicht vollständig, sodass keine Duplikation stattfinden und kein eindeutiges äquivalentes Martingalmaß abgeleitet werden kann.

Um ein eindeutiges Wahrscheinlichkeitsmaß zu erzeugen, müssen zusätzliche Annahmen getroffen werden, wie etwa das Einführen einer Nutzenfunktion, das Aufsuchen einer risikominimalen Strategie oder das einfache ex ante Festlegen einer Maßwechselfunktion. Im Beitrag wird die Esscher-Transformation als Maßwechselfunktion festgelegt.

Auf Basis des dann eindeutigen Martingalmaßes kann ein Optionspreis abgeleitet werden. Wendet man diese Vorgehensweise auf europäische Kaufoptionen auf den DAX an, stellt man deutliche Abweichungen zu den Preisen nach Black/Scholes und Merton fest. Ermittelt man aus den so bestimmten Preisen für europäische Kaufoptionen die impliziten Volatilitäten, zeigt sich der charakteristische in vielen Studien beobachtete Smile-Effekt. (JEL G13, C22)